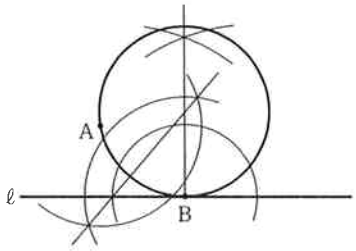
数　学

●●●解答

1 (1) -3　(2) 2　(3) $2a+7$　(4) $\sqrt{2}$　(5) $\dfrac{x+5y}{6}$

2 (1) $y=-\dfrac{6}{x}$　(2) 8　(3) $x=-1,\ y=3$　(4) $x=-9,\ 2$　(5) 15cm

(6) 右の図



3 (1) $\dfrac{1}{5}$　(2) 8通り

4 (1) 25個　(2) $(4m-4)$個　(3) 9番目

5 (1) $y=x+2$　(2) a^2-a　(3) $\left(-\dfrac{3}{2}a^2+\dfrac{3}{2}a+3\right)\text{cm}^2$

6 (1) ㋐∠ADC，㋑∠ACD，㋒2組の角

(2) ① $20\pi\,\text{cm}^2$　② $8:\sqrt{35}$

7 (1) 108cm^3　(2) $9\sqrt{10}\text{cm}^2$　(3) $\dfrac{54}{11}\text{cm}$

▷▷▷解説

3 (1) 2枚の取り出し方は，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(3，4)，(3，5)，(4，5)の10通り。和が5になるのは，下線をひいた2通りだから，$\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$

(2) 12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25の8通り。

4 (2) m番目の■の個数になる。m番目の■がつくる正方形の1辺には，■がm個あるから，全部で，$4(m-1)=4m-4$(個)

(3) n番目とすると，直線ℓの上側の正方形の個数はn^2個，下側の正方形の個数は$(n-1)^2$個だから，$n^2+(n-1)^2=145$を解く。$n^2+n^2-2n+1=145$，$2n^2-2n-144=0$，$n^2-n-72=0$，$(n+8)(n-9)=0$　$n>0$より，$n=9$(番目)

5 (2) △APB＝△AQBのとき，AB∥QPである。P$(a,\ a^2)$で，平行な2直線の傾きは等しいから，直線PQの式を$y=x+b$とおいて，$x=a$，$y=a^2$を代入すると，$a^2=a+b$，$b=a^2-a$　点Qは直線PQの切片だから，y座標はa^2-a

(3) $\text{CQ}=2-(a^2-a)=2-a^2+a$(cm)
△APB＝△AQB＝△AQC＋△BCQ＝$\dfrac{1}{2}\times(2-a^2+a)\times1+\dfrac{1}{2}\times(2-a^2+a)\times2=1-\dfrac{1}{2}a^2+\dfrac{1}{2}a+2-a^2+a=-\dfrac{3}{2}a^2+\dfrac{3}{2}a+3\,(\text{cm}^2)$

6 (2)① AC：AH＝CD：HB，AC：6＝4：3，3AC＝24，AC＝8cm　よって，∠ACD＝90°だから，$\text{AD}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)　円Oの半径は$4\sqrt{5}\div2=2\sqrt{5}$(cm)だから，面積は，$\pi\times(2\sqrt{5})^2=20\pi\,(\text{cm}^2)$

② $\text{AB}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$(cm)，$\text{BD}^2=(4\sqrt{5})^2-(3\sqrt{5})^2=80-45=35$，$\text{BD}=\sqrt{35}$　よって，△AEC∽△BEDだから，AE：BE＝AC：BD＝$8:\sqrt{35}$

7 (2) 頂点Oから底面ABCDに垂線OR，点Rから辺ABに垂線RSをひく。△ORSで，$\text{OS}=\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$(cm)　$\triangle\text{ABO}=\dfrac{1}{2}\times6\times3\sqrt{10}=9\sqrt{10}\,(\text{cm}^2)$

(3) (2)の△OBSで，$\text{OB}^2=3^2+(3\sqrt{10})^2=99$　よって，$\text{OC}=\text{OB}=3\sqrt{11}$(cm)　ここで，∠BPC＝90°だから，△OBCの面積について，$\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{11}\times\text{BP}=9\sqrt{10}$が成り立つ。
よって，$\text{BP}=\dfrac{18\sqrt{10}}{3\sqrt{11}}=\dfrac{6\sqrt{10}}{\sqrt{11}}$(cm)　また，△OBPで，$\text{OP}^2=(3\sqrt{11})^2-\left(\dfrac{6\sqrt{10}}{\sqrt{11}}\right)^2=99-\dfrac{360}{11}=\dfrac{729}{11}$，$\text{OP}=\sqrt{\dfrac{729}{11}}=\dfrac{27}{\sqrt{11}}$(cm)
PQ：CD＝OP：OCより，PQ：6＝$\dfrac{27}{\sqrt{11}}:3\sqrt{11}$，$3\sqrt{11}\,\text{PQ}=\dfrac{162}{\sqrt{11}}$，$\text{PQ}=\dfrac{162}{\sqrt{11}}\div3\sqrt{11}=\dfrac{54}{11}$(cm)